

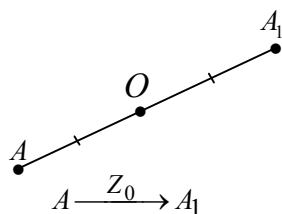
Центральная симметрия. Определение, примеры

Если каждой точке плоскости ставится в соответствие какая-то точка этой же плоскости, причем любая точка плоскости оказывается сопоставленной некоторой точке, то говорят, что дано **отображение плоскости на себя**.

Примером отображения плоскости на себя является центральная симметрия.

Две точки A и A_1 называются **симметричными относительно точки O** , если O – середина отрезка AA_1 .

Рис. 1



Построение

- 1) A, O – центр симметрии;
- 2) AO ;
- 3) $OA_1 = OA, OA_1 \subset OA$;
- 4) A_1 – искомая.

Пусть точка O – центр симметрии.

Возьмем произвольную точку A , и построим симметричную ей точку A_1 относительно точки O .

Для этого проведем прямую AO и отложим на ней отрезок $OA_1 = AO$.

Точка A_1 – искомая.

Точка O считается симметричной самой себе: $O \xrightarrow{Z_0} O$.

Если точка A совпадает с центром симметрии, то она тоже считается симметричной самой себе: $A \xrightarrow{Z_0} A$.

Мы видим, что с помощью центральной симметрии каждой точке A плоскости ставится в соответствие точка A_1 этой же плоскости. При этом любая точка A_1 оказывается сопоставленной некоторой точке A . Значит, центральная симметрия представляет собой отображение плоскости на себя.

Фигура называется **симметричной относительно точки O** , если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно точки O также принадлежит этой фигуре.

Точка O называется **центром симметрии фигуры**. Говорят, что «фигура обладает центральной симметрией».

Примеры фигур, обладающих центральной симметрией

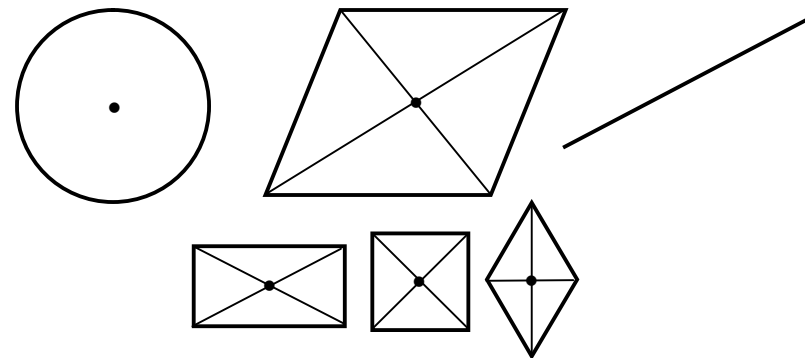


Рис. 2

Центром симметрии окружности является центр окружности.

Центром симметрии параллелограмма (прямоугольника, квадрата, ромба) является точка пересечения его диагоналей.

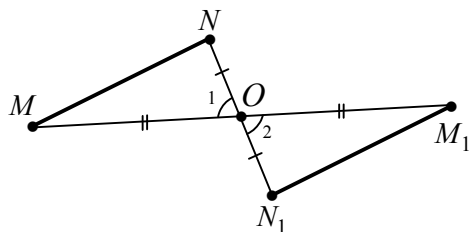
Прямая также обладает центральной симметрией, но в отличие от окружности и параллелограмма, которые имеют только один центр симметрии (точку O), у прямой их бесконечно много – любая точка прямой является центром симметрии.

Примером фигуры, не имеющей центра симметрии, является треугольник.

Изображения на плоскости многих предметов окружающего нас мира имеют центр симметрии. С симметрией мы часто встречаемся в искусстве, архитектуре, технике, быту. Так, фасады многих зданий обладают осевой симметрией. В большинстве случаев симметричны относительно центра лепестки цветов, узоры на коврах, тканях. Симметричны многие детали механизмов, например, зубчатые колеса.

Центральная симметрия обладает важным свойством, сформулированным в следующей теореме.

Теорема. Центральная симметрия является движением, то есть отображением плоскости на себя, сохраняющим расстояние между точками.



Дано: $M, N, M \xrightarrow{Z_0} M_1,$

$N \xrightarrow{Z_0} N_1.$

Доказать: $MN = M_1N_1.$

Рис. 3

Доказательство

Рассмотрим $\triangle OMN$ и $\triangle OM_1N_1$.

По условию теоремы $M \xrightarrow{Z_0} M_1, N \xrightarrow{Z_0} N_1$, поэтому $MO = OM_1$ и $NO = ON_1$; $\angle 1 = \angle 2$ как вертикальные.

Следовательно, $\triangle OMN = \triangle OM_1N_1$ по I признаку равенства треугольников (по двум сторонам и углу между ними).

В равных треугольниках соответствующие элементы равны, поэтому $MN = M_1N_1$. Значит, расстояние между точками M и N равно расстоянию между симметричными им точками M_1 и N_1 .

Итак, центральная симметрия является отображением плоскости на себя, которое сохраняет расстояние между точками, то есть является движением плоскости.

Ч.т.д.

Замечание. Центральную симметрию можно представить как поворот всей плоскости вокруг точки O на 180° .